



Sztuczny satelita Ziemi



Ruch w polu grawitacyjnym



Sztuczny satelita Ziemi

Jest to obiekt, któremu na pewnej wysokości nad powierzchnią Ziemi nadano prędkość wystarczającą do uzyskania przez niego ruchu dookoła Ziemi po orbicie, która może być kołowa lub eliptyczna.

Siły działające na satelitę

- Zachowawcze:
stanowią o stacjonarności procesu ruchu, są łatwo przewidywalne, korzystnie wpływają na stabilizację trajektorii.
- Perturbacyjne:
zaburzają stacjonarność procesu ruchu satelity, niejednokrotnie trudne do oszacowania.



Siły zachowawcze

- Przyciąganie grawitacyjne Ziemi

Perturbacje

Czyli zakłócenie zgodnego z prawami Keplera ruchu ciał niebieskich spowodowane są:

- Niecentrycznością pola grawitacyjnego,
- Czynnikiem poza grawitacyjnymi.

Perturbacje

Czynniki powodujące niecentryczność pola grawitacyjnego:

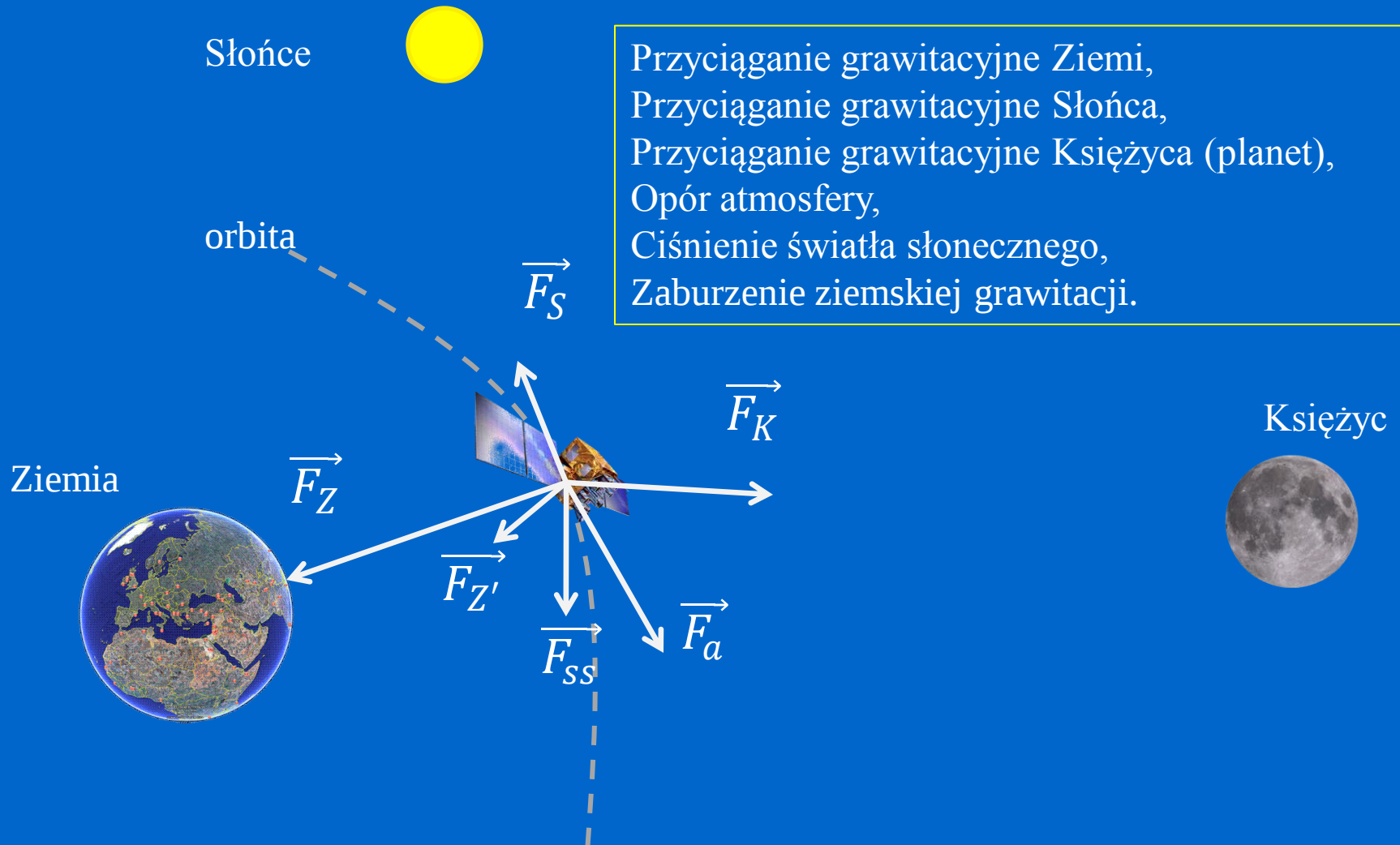
- Niejednorodność mas Ziemi,
- Spłaszczenie Ziemi,
- Niesymetria mas Ziemi względem równika,
- Eliptyczność równika,
- Pływy morskie oraz obszarów lądowych,
- Przyciąganie grawitacyjne innych ciał niebieskich, przede wszystkim Słońca i Księżyca,
- Siły elektromagnetyczne.

Perturbacje

Czynniki poza grawitacyjne:

- opór atmosfery,
- ciśnienie światła słonecznego (charakter nieciągły - tylko, gdy satelita jest oświetlony przez Słońce),
- inne czynniki: promieniowanie odbite od Ziemi, pył kosmiczny, efekt relatywistyczny itp..

Siły



Ruch sztucznego satelity

Niezakłócony ruch sztucznego satelity może odbywać się po okręgu (uproszczenie) względem ciała centralnego, jeżeli działa na niego następująca siła dośrodkowa:

$$F_d = \frac{mV^2}{r}$$

gdzie:

- m - Masa satelity [kg],
- V - Prędkość liniowa satelity [m/s],
- r - Promień okręgu (orbity) [m].

Grawitacja

Prawo powszechnej grawitacji:

Dwie punktowe masy przyciągają się siłą wprost proporcjonalną do tych mas i odwrotnie proporcjonalnie do kwadratu odległości między nimi.

$$F_z = G \cdot \frac{m \cdot M}{r^2}$$

gdzie:

M - Masa Ziemi równa $5.97 \cdot 10^{24}$ [kg],

G - Stała grawitacyjna równa $6.672 \cdot 10^{-11}$ [m³ kg⁻¹ s⁻²]

Prawa Keplera

Na podstawie ruchu planet wokół słońca, a w szczególności Marsa, Jan Kepler (1571 – 1630) określił prawa ruchu planet.

Izaak Newton (1643 – 1727) wykazał, że zależności Keplera dotyczą wszystkich obiektów posiadających masę i wynikają z prawa powszechnego ciążenia.

I Prawo Keplera (1609)

„Orbita każdej planety jest elipsą ze Słońcem w jednym z jej ognisk”

Elipsa (tzw. krzywa stożkowa) jest śladem przecięcia stożka płaszczyzną, którą we współrzędnych biegunowych można opisać wzorem:

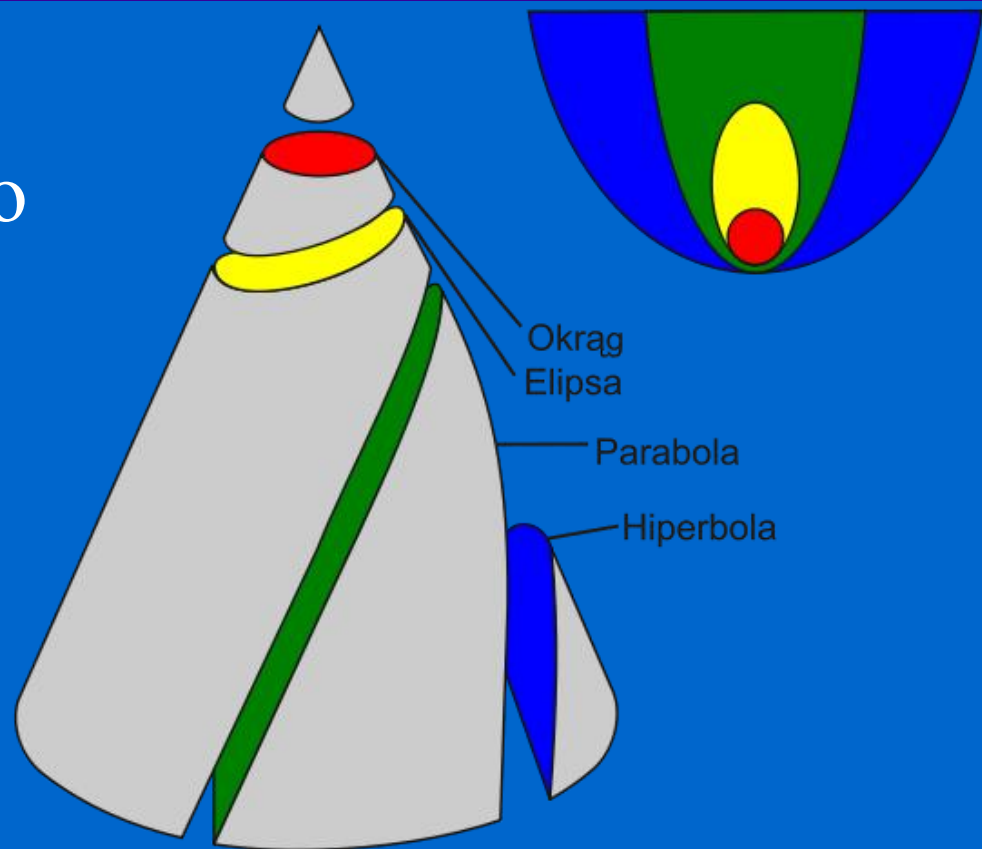
$$r = \frac{p}{1 + e \cdot \cos \nu}$$

gdzie:

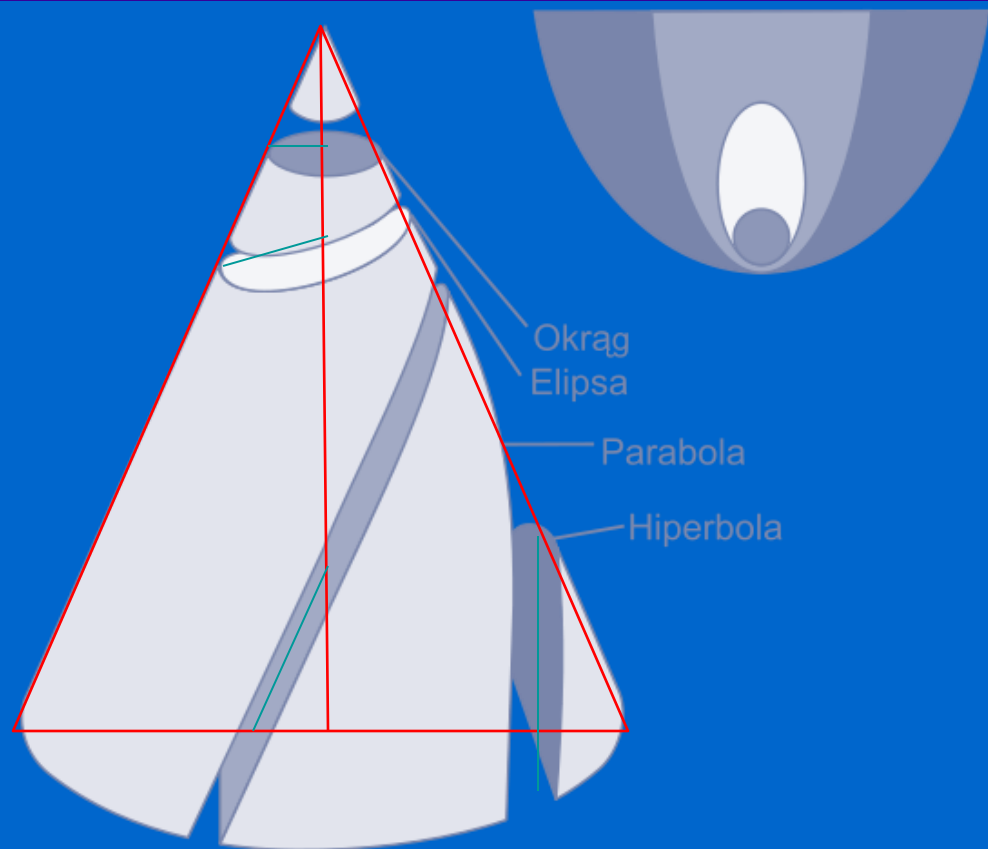
- r - Promień wodzący, którego miarą jest odległość między środkiem Ziemi a satelitą,
- p - Parametr ogniskowej elipsy, będący połową cięciwy przechodzącej przez jedno z ognisk, a prostopadły do jej dużej półosi,
- e - Mimośród krzywej.

Elipsa

Kształt krzywej stożkowej zależy od kąta zawartego między osią stożka a płaszczyzną przekroju.



Elipsa



•

•

•



Elipsa

Kształt krzywej stożkowej uzależniony jest od wartości mimośrod:

- $e = 0$ okrąg
- $0 < e < 1$ elipsa
- $e = 1$ parabola
- $e > 1$ hiperbola

Prędkość liniowa satelity

Kształt orbity zależy od prędkości z jaką porusza się satelita.

Pierwsza prędkość kosmiczna:

$$F_d = F_Z$$
$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mV^2}{r}$$
$$V_I = \sqrt{\frac{GM}{r}}$$

Przyjmując, że:

Orbita bardzo niska $r \approx R$,

$R = 6.37 \cdot 10^6$ [m],

$GM = 3.98 \cdot 10^{14}$ [m³ s⁻²]

$V_I \approx 7.91$ [km/s]

Prędkość liniowa satelity

Druga prędkość kosmiczna to minimalna prędkość jaką należy nadać satelicie, aby oddalała się w nieskończoność. Orbita takiego satelity będzie wówczas miała kształt paraboli lub hiperboli.

II prędkość kosmiczną można obliczyć znajdując różnicę w energii obiektu znajdującego się na powierzchni danego ciała kosmicznego oraz w nieskończoności. Energia w nieskończoności równa jest 0, natomiast na powierzchni jest sumą energii potencjalnej oraz kinetycznej

$$\frac{mV^2}{2} - \frac{GMm}{r} = 0$$
$$V_{II} = \sqrt{\frac{2GM}{r}} = \sqrt{2}V_I$$

$$V_{II} \approx 11.2 \text{ [km/s]}$$

Kształt orbity



$$V < V_I$$

$$V = V_I$$

$$V_I < V < V_{II}$$

$$V = V_{II}$$

$$V > V_{II}$$

orbita eliptyczna?!

orbita kołowa

orbita eliptyczna

orbita paraboliczna

orbita hiperboliczna

II Prawo Keplera (1609)

Promień wodzący planety zakreśla równe pola w równych odstępach czasu.

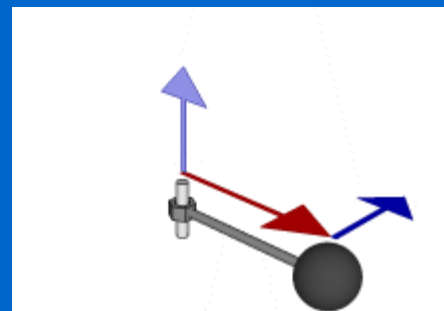
Powyższe jest równoważne zasadzie zachowania momentu pędu:

$$\vec{L} = \vec{r} \times \vec{p}$$

$$\vec{p} = m\vec{v}$$

gdzie:

- $\vec{L}$ - Moment pędu punktu materialnego,
- $\vec{r}$ - Wektor łączący punkt, względem którego określa się moment pędu i punkt ciała,
- $\vec{p}$ - Pęd punktu materialnego.

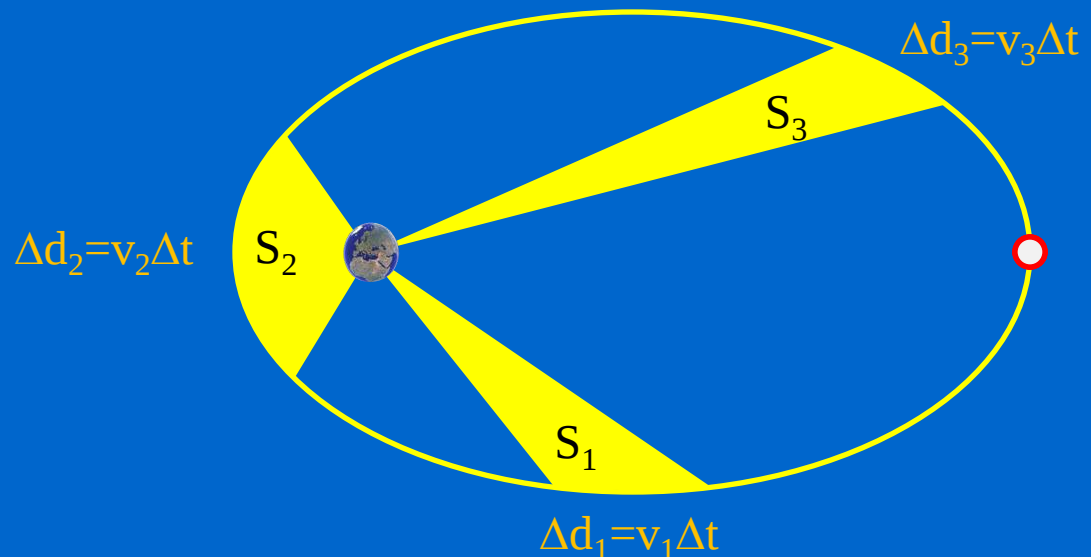


II Prawo Keplera (1609)

Prędkość liniowa satelity po orbicie eliptycznej nie jest stała. W peryhelium satelita porusza się szybciej niż w aphelium. Satelita w ciągu takiego samego czasu przebywa dłuższą drogę (ΔS) w pobliżu peryhelium, niż w pobliżu aphelium.

$$S_1 = S_2 = S_3$$

$$\Delta d_1 \neq \Delta d_2 \neq \Delta d_3$$



III Prawo Keplera (1619)

Drugie potęgi okresów obiegu planet dookoła Słońca są wprost proporcjonalne do trzecich potęg ich średnich odległości od Słońca.

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{mV^2}{r}$$

$$V = \frac{2\pi r}{T}$$

$$\frac{GMm}{r^2} = \frac{m \left(\frac{2\pi r}{T} \right)^2}{r}$$

gdzie:

T - Okres obiegu satelity wokół ciała centralnego.

III Prawo Keplera (1619)

$$G \frac{Mm}{r^2} = m \frac{4\pi^2 r^2}{T^2 r}$$

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{GM}{4\pi^2} = \text{const}$$

$$\frac{r_1^3}{T_1^2} = \frac{r_2^3}{T_2^2}$$

Postać ogólna III prawa Keplera dla dwóch ciał obiegających ciało centralne po orbitach eliptycznych.

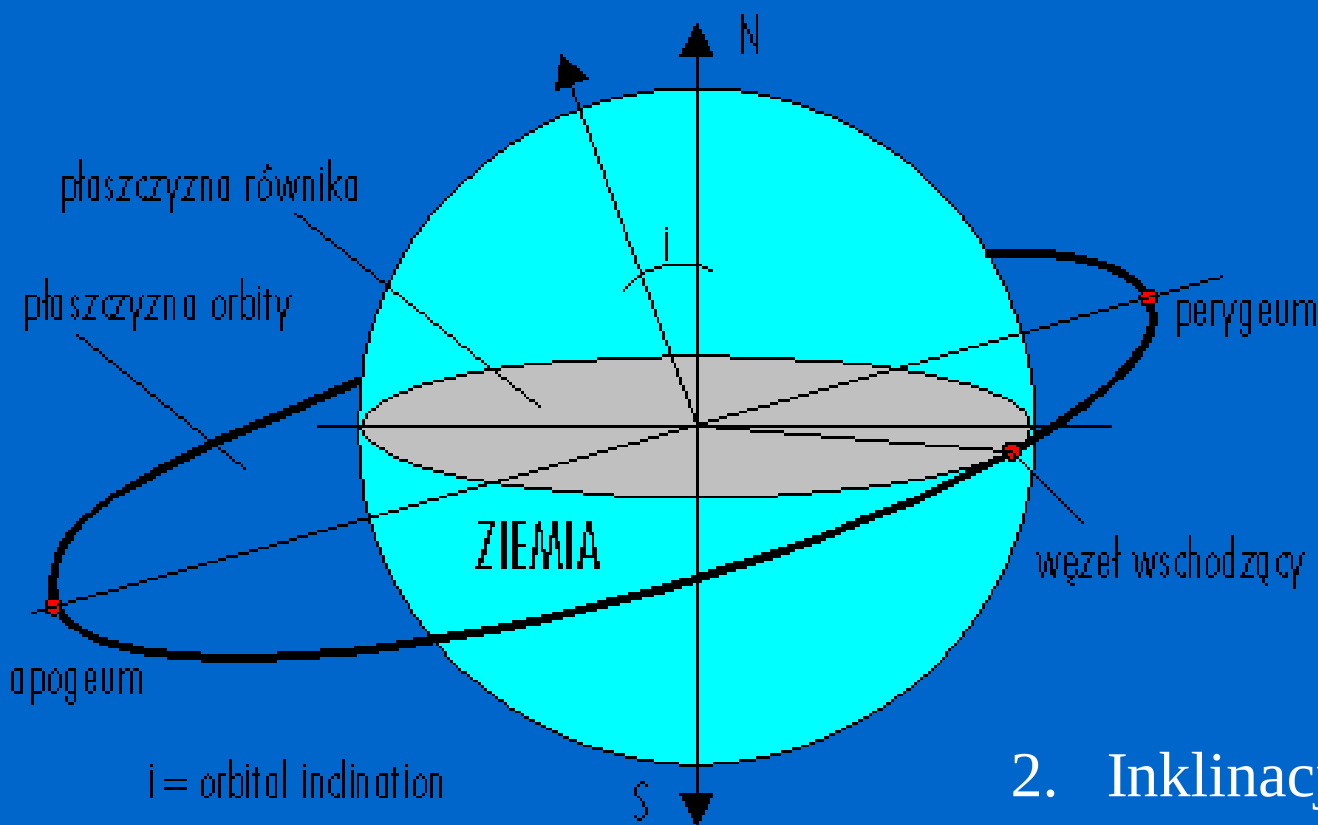
$$\frac{T_1^2 (M + m_1)}{T_2^2 (M + m_2)} = \frac{a_1^3}{a_2^3}$$

Elementy orbity

W celu zdefiniowania orbity satelity
niezbędna jest znajomość 7 parametrów
(zwanych keplerańskimi)

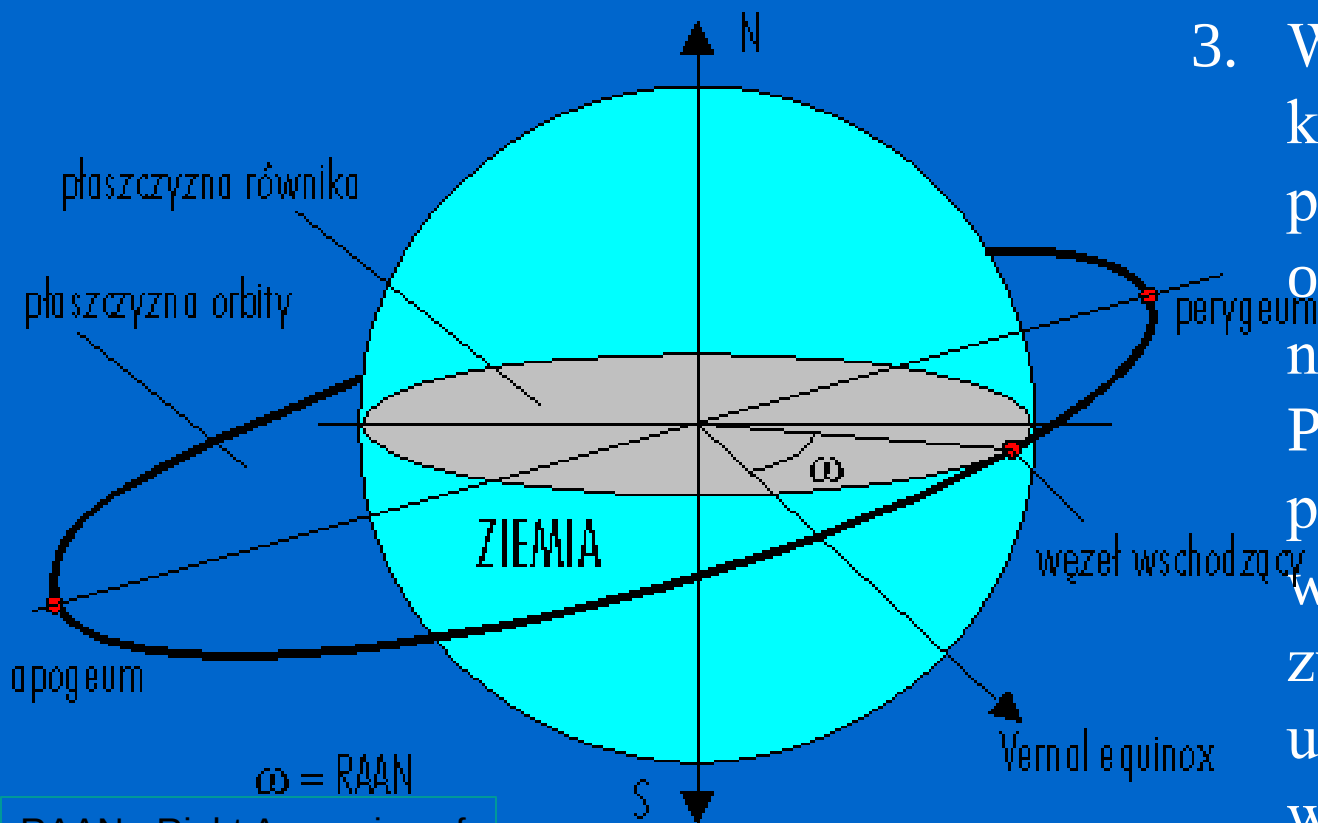
1. Epoch jest liczbą określającą czas
(moment), dla którego wyznaczone zostały
pozostałe parametry orbity satelity.

Elementy orbity



2. Inklinalcja – kąt zawarty między płaszczyzną równika a płaszczyzną na której leży orbita.

Elementy orbity



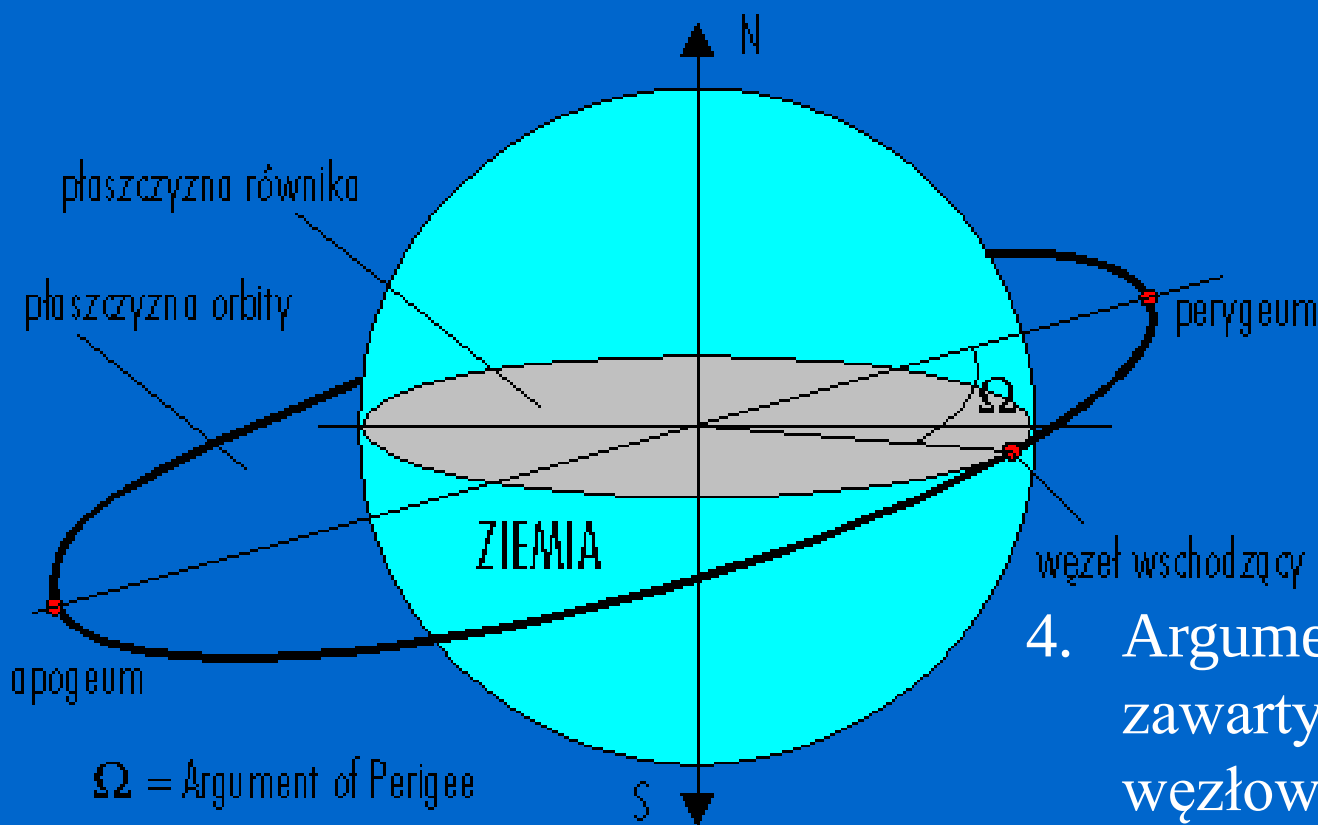
Ω = RAAN

RAAN - Right Ascension of
Ascending Node

Linia węzłowa – linia przechodząca przez węzły wschodzący i schodzący oraz środek Ziemi.

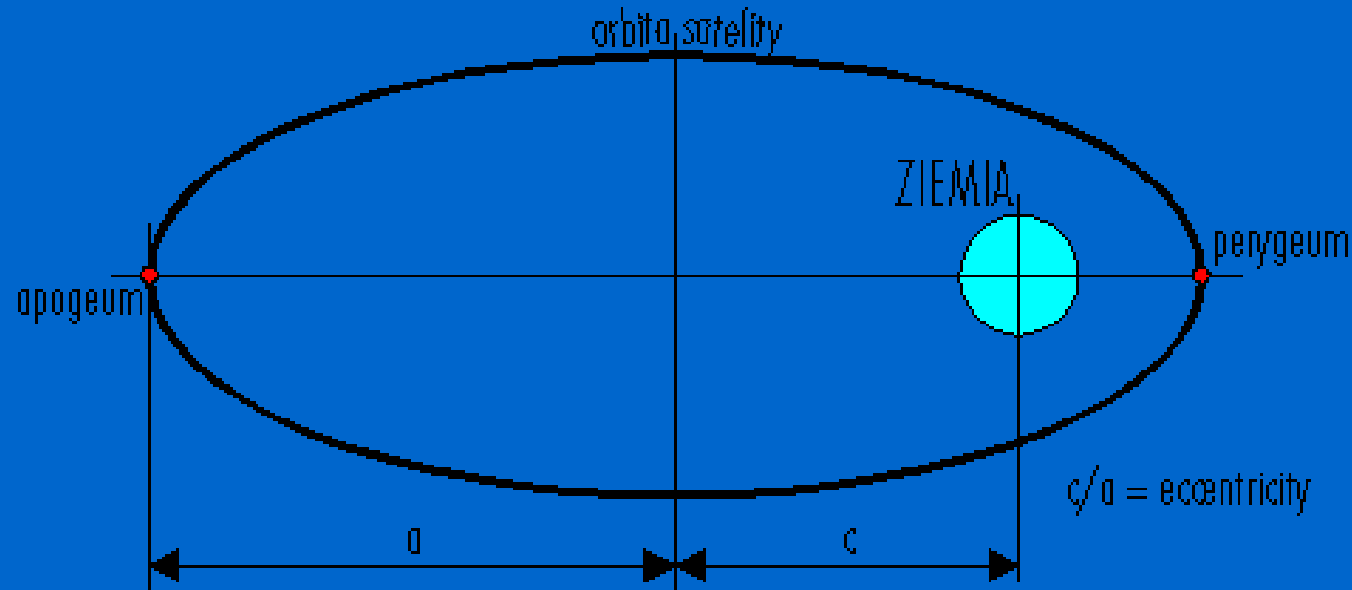
3. Węzeł wschodzący – kąt mierzony w płaszczyźnie równika od punktu odniesienia na nieboskłonie. Punkt ten, nazywany punktem równonocy wiosennej, nie jest związany z ziemskim układem współrzędnych ze względu na ruch obrotowy Ziemi.

Elementy orbity



4. Argument perygeum – kąt zawarty między linią węzłową a linią absyd przechodzącą przez perygeum, apogeum i środek Ziemi.

Elementy orbity



5. Ekscentryczność – określa kształt elipsy. Dla $e = 0$ elipsa jest okręgiem, dla e dążącego do 1 elipsa staje się długa i płaska.

$$e = \frac{c}{a}$$

Elementy orbity

6. Mean motion – określa odległość satelity od Ziemi. Z III Prawa Keplera wynika, że im dalsza orbita tym prędkość obrotowa satelity mniejsza. Obrót (okres) definiowany jako czas między kolejnymi perygeum. Dla orbit eliptycznych operuje się wartością średnią prędkości obrotowej satelity. Jednostka to zazwyczaj liczba obrotów / dzień.



Elementy orbity

7. Mean anomaly – Kąt chwilowy wskazujący położenie satelity w danym parametrze epoch. Liczony jest od perygeum 0° , natomiast dla satelity znajdującym się w apogeum $MA=180^\circ$.

-
-
-

Koniec

