

Metoda określania pozycji wodnicy statków na podstawie pomiarów odległości statku od głowic laserowych

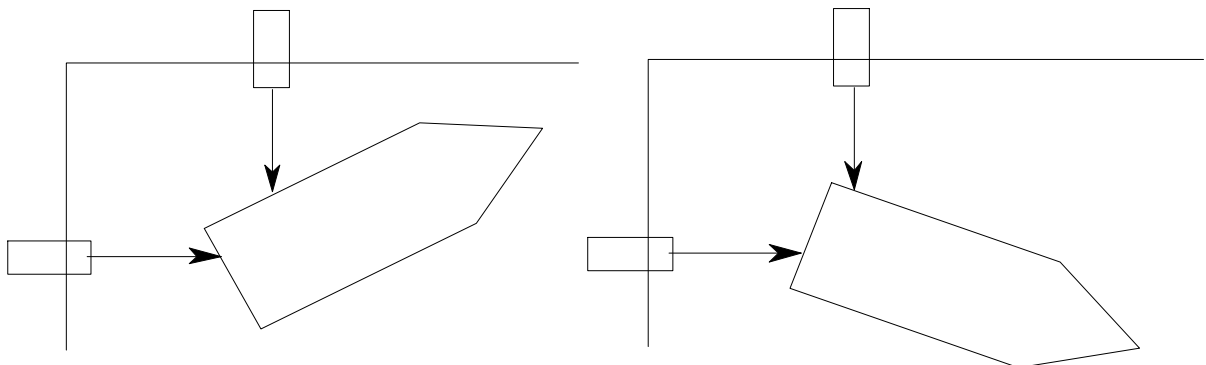
słowa kluczowe: algorytm gradientowy, optymalizacja, określanie wodnicy

W artykule przedstawiono algorytm gradientowy do określania wodnicy statku manewrującego na akwenu ograniczonym obserwowanego za pomocą szeregu dalmierzy laserowych. Prezentowana metoda pozwala określać w sposób jednoznaczny położenie wodnicy statku i jest przydatna dla nawigatora w systemach pilotowych i dopingowych.

Wstęp

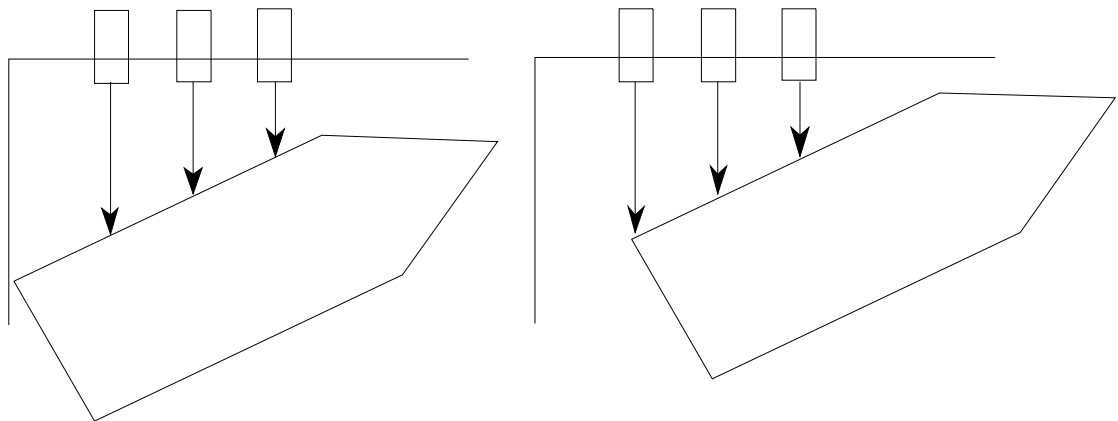
We współczesnej żegludze istnieje wiele metod pozycjonowania statku (np. GPS, DGPS), jednak wykorzystanie dodatkowych metod polepsza dokładność uzyskanej pozycji i niezawodność systemu otrzymywania pozycji, jako całości. Zastosowanie głowic laserowych daje możliwość otrzymania pozycji względem lokalnego układu współrzędnych na podstawie znajomości wodnicy statku, przybliżonego kursu, pozycji głowic laserowych i zmierzonej odległości. Trudność w określeniu pozycji wodnicy wynika z nieregularności kształtu kadłuba statku, a więc także wodnicy, co przekłada się na niemożliwość zastosowania prostych algorytmów geometrycznych.

Do otrzymania pozycji potrzeba minimum trzech głowic. Uzyskanie pozycji z dwóch tylko odległości jest zazwyczaj niemożliwe. Na rysunku 1 przedstawiono hipotetyczną sytuację, w której odległości od głowic do statku są takie same, ale pozycja jest inna.



Rys. 1. Pozycje uzyskane z dwóch pomiarów.

Przy pozycji uzyskanej z trzech pomiarów także istnieje możliwość nie znalezienia pozycji statku, szczególnie przy ustawieniu głowic w linii [Rys. 2].



Rys. 2. Pozycje uzyskane z trzech pomiarów, głowice ustawione w linii.

Opis algorytmu gradientowego

Do znalezienia pozycji statku wykorzystano algorytm gradientowy z użyciem metody najszybszego spadku. Funkcją celu w opisywanym algorytmie jest suma kwadratów odległości dla współrzędnej x i y pomiędzy najbliższą krawędzią wodnicy a punktem zmierzonym przez głowice laserowe:

$$f = \sum_{i=1}^n d_{x_i}^2 + d_{y_i}^2 \quad (1)$$

gdzie:

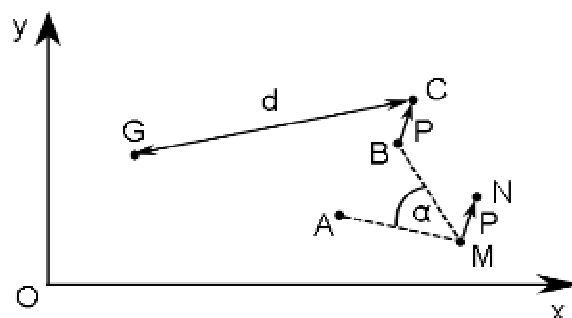
f – funkcja celu

d_x – odległość, współrzędna x

d_y – odległość, współrzędna y

n – ilość głowic

W algorytmie gradientowym w każdym kroku liczony jest gradient na podstawie funkcji celu. Dla każdej zmierzonej odległości od głowicy (punkt G) odległość d do punktu C na wodnicy obliczonego na podstawie poprzedniej pozycji zależy od wektora przesunięcia P i kąta obrotu α wokół przyjętego punktu obrotu. Na rysunku 3 widać przesunięcie punktu B o wektor P do punktu C i obrót wokół środka obrotu M i przesunięcie go do nowej pozycji N o wektor P .



Rys. 3. Przesunięcie punktu o wektor i kąt

Obrót punktu A do punktu B wokół punktu M możemy wyrazić wzorem:

$$\begin{aligned} B_x &= (A_x - M_x)\cos(\alpha) - (A_y - M_y)\sin(\alpha) + M_x \\ B_y &= (A_x - M_x)\sin(\alpha) + (A_y - M_y)\cos(\alpha) + M_y \end{aligned} \quad (2)$$

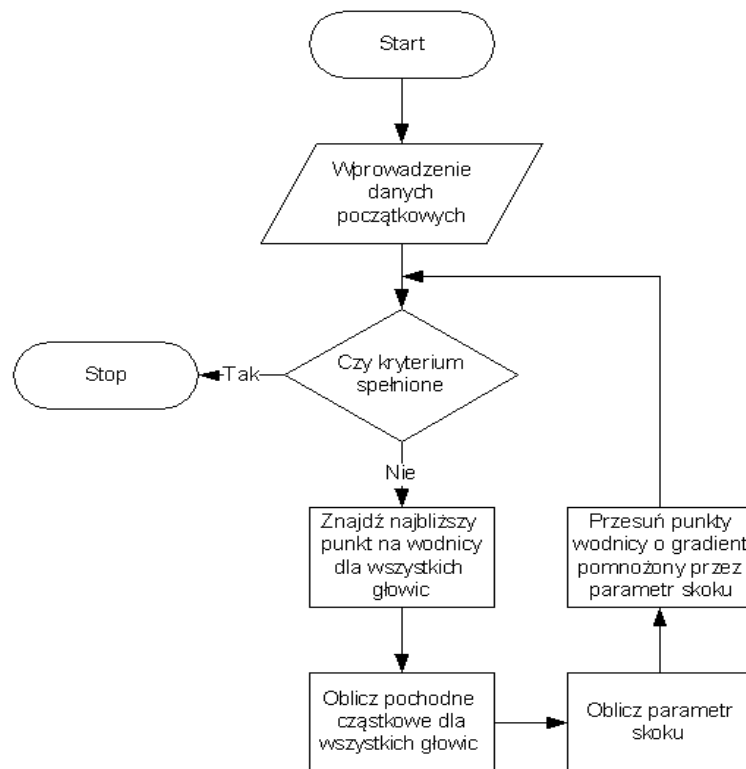
Odległość d jest liczona, jako różnica położenia punktu C i G. Po uwzględnieniu równania (2) i przesunięcia o wektor P otrzymujemy:

$$\begin{aligned} B_x &= (A_x - M_x)\cos(\alpha) - (A_y - M_y)\sin(\alpha) + M_x + P_x - G_x \\ B_y &= (A_x - M_x)\sin(\alpha) + (A_y - M_y)\cos(\alpha) + M_y + P_y - G_y \end{aligned} \quad (3)$$

Współrzędne gradientu są liczone, jako pochodna cząstkowa z funkcji celu względem zmiennych d_x , d_y i kąta α :

$$\nabla f = \left[\frac{\partial f}{\partial d_x}, \frac{\partial f}{\partial d_y}, \frac{\partial f}{\partial \alpha} \right] \quad (4)$$

Podstawowy algorytm gradientowy znajdowania pozycji wodnicy statku jest przedstawiony na rysunku 4. Punkt na wodnicy, do którego mierzona jest odległość to najbliższa odległość na wodnicy do punktu zmierzonego przez głowicę w poprzednim kroku. Parametr skoku zależny jest od wielkości skoku w poprzednim i obecnym kroku.

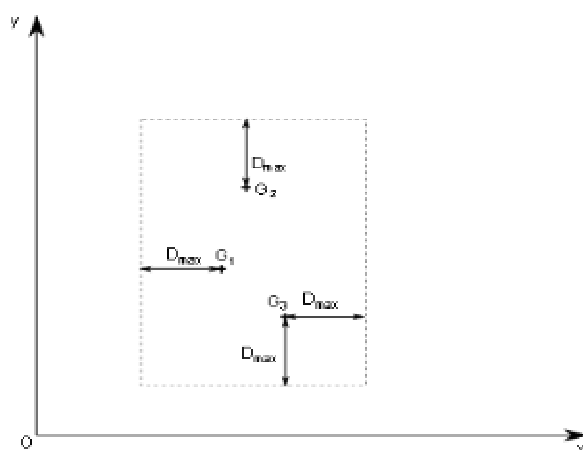


Rys. 4. Podstawowy gradientowy algorytm znajdowania pozycji wodnicy

Przedstawiony algorytm nie jest zależny od położenia głowic. Nie jest także wymagana znajomość pozycji głowic a tylko zmierzone przez nie punkty. Po wykonaniu testów stwierdzono, że algorytm nie znajduje rozwiązania w 47% procentach przypadków. Testy były wykonane przez tysiąckrotne uruchomienie algorytmu dla losowych wartości odległości. Wszystkie odległości były właściwe, tzn. istniało rozwiązanie.

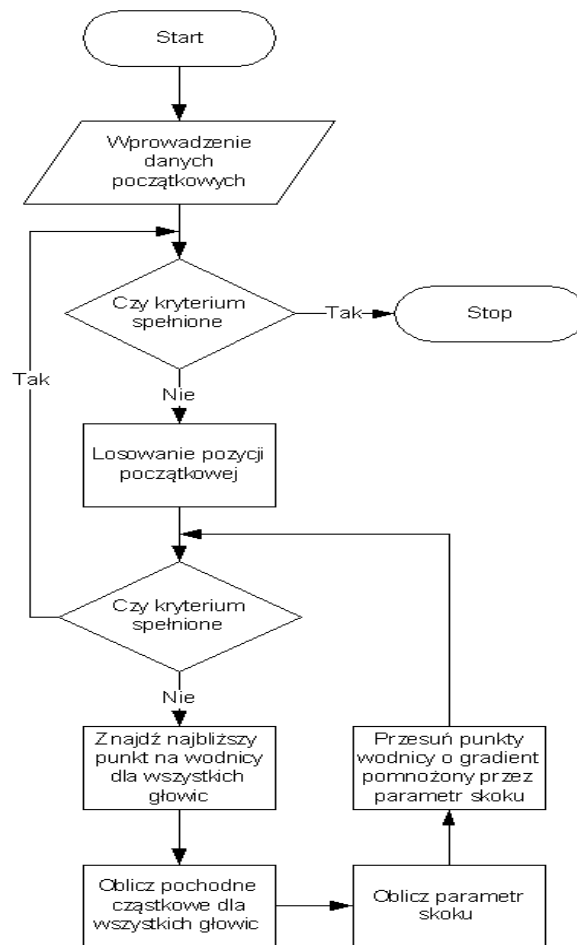
Opis algorytmu gradientowego z losowaniem pozycji początkowej

Analiza algorytmu wykazała, że problem ze skutecznością algorytmu wynika w dużej mierze z doboru początkowej pozycji. Opracowano algorytm losujący pozycję początkową wewnątrz obszaru zdefiniowanego, jako prostokąt o krawędziach oddalonych o odległość między punktem początkowym wodnicy a najdalszym jego punktem (D_{max}) a najbardziej skrajnym zmierzonym punktem (G_i). Przykładowy przypadek przedstawiono na Rys. 5. Takie rozwiązanie zapewnia, że środek nie znajdzie się w zbyt dalekiej odległości od punktów zmierzonych, minimalizując w ten sposób liczbę kroków przesuwania o gradient.



Rys. 5. Obszar losowania dla przykładowych zmierzonych pozycji

Wartość pozycji początkowej losowana jest z rozkładu normalnego dla współrzędnej x i y . Warunkiem zakończenia działania algorytmu jest tak samo jak w przypadku algorytmu gradientowego bez losowania znalezienie pozycji z założonym błędem lub przekroczenie maksymalnej ilości iteracji. Algorytm przedstawia się następująco:



Rys. 6. Algorytm gradientowy z losowaniem pozycji początkowej znajdowania pozycji wodnicy

Przeprowadzono identyczny test jak dla algorytmu bez losowania pozycji początkowej. Analiza rezultatów wykazała, że skuteczność algorytmu wynosi 71%. Dalsza analiza algorytmu wykazała, że podstawowym problemem jest to, że algorytm faktycznie znajduje najmniejszą odległość, ale krawędzie, do których jest ona liczona nie są właściwe w stosunku do tych rzeczywiście zmierzonych. Algorytm nie zmienia krawędzi, gdyż cały czas jest to krawędź najbliższa w danym położeniu. Postanowiono, więc zwiększyć założoną wcześniej liczbę punktów z 5 do 13. Zmiana ta spowodowała zwiększenie skuteczności algorytmu do 76%. Przy analizie wyników należy wziąć pod uwagę fakt, iż część sytuacji, w których poszukiwano pozycji wodnicy miała więcej niż jedno rozwiązanie. Nie uwzględniono także minimalnych odległości między głowicami.

Podsumowanie

Algorytm gradientowy z zastosowaniem losowania pozycji początkowej jest skuteczną metodą poszukiwania pozycji wodnicy i może być użyty jako dodatkowy środek jej ustalania. Przy zwiększeniu ilości punktów wodnicy skuteczność algorytmu wzrasta. Ze względu na to, iż istnieją sytuacje z większą niż jedno ilością rozwiązań nie jest możliwe stworzenie algorytmu o 100% trafności. Przy ciągłym obliczaniu pozycji można zmodyfikować algorytm tak, aby losowane pozycje początkowe zależały od wcześniejszych obliczonych pozycji, co powinno dodatkowo polepszyć działanie algorytmu.

LITERATURA

- [1] Fletcher R., *Practical Methods of Optimization*, John Wiley and Sons, 1987.
- [2] Elijah Polak, *Optimization : Algorithms and Consistent Approximations*, Springer-Verlag, 1997.